Esercizio 4

Si consideri l'algoritmo usato dal TCP per stimare il Round Trip Time (nella sua versione base). Siano *SampleRTT(k), EstimatedRTT(k)* la misura del campione *k*-simo e della stima corrispondente di RTT, rispettivamente. Il candidato:

1) partendo da $EstimatedRTT(0) = SampleRTT(0)$, scriva l'espressione di *EstimatedRTT(k),* $k > 0$, in funzione di *SampleRTT(j),* $0 \leq j \leq k$.

Supponiamo adesso che il sender campioni il seguente RTT.

$$SampleRTT(k) = \begin{cases} \gamma \cdot \Delta & k = 0 \\ \Delta & k > 0 \end{cases}, \ \Delta > 0, \ \gamma > 0.$$

Il candidato:

2) istanzi il risultato ottenuto al punto 1) per un generico valore di *k*.

3) Disegni, sullo stesso grafico, l'andamento di *EstimatedRTT(k)* in funzione di *k* per $\gamma = 0.5$ e per $\gamma = 2$, assumendo $\alpha = 0.5$ e $\Delta = 2$.

4) calcoli cosa succede quando $k \to \infty$, e commenti opportunamente il risultato ottenuto.

5) Calcoli per quali valori di γ il RTT stimato è sempre *inferiore* rispetto al valore campionato.

6) Dica se, ed eventualmente per quali valori di γ, è possibile che scatti il timeout che protegge il segmento $k = 1$.

7) Nel caso $\gamma = 11$ e $\alpha = 1/\sqrt{10}$, calcoli dopo quanti campioni la stima del RTT si discosta dal valore di regime per non più dell' 1%.

Nota: nella risoluzione si assuma $0 < \alpha < 1$.

Risoluzione esercizio 4

Punto 1

$$EstimatedRTT(0) = SampleRTT(0)$$

$$\begin{aligned} EstimatedRTT(1) &= \alpha \cdot EstimatedRTT(0) + (1-\alpha) \cdot SampleRTT(1) \\ &= \alpha \cdot SampleRTT(0) + (1-\alpha) \cdot SampleRTT(1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} EstimatedRTT(2) &= \alpha \cdot EstimatedRTT(1) + (1-\alpha) \cdot SampleRTT(2) \\ &= \alpha \cdot \left[\alpha \cdot SampleRTT(0) + (1-\alpha) \cdot SampleRTT(1)\right] + (1-\alpha) \cdot SampleRTT(2) \\ &= \alpha^2 \cdot SampleRTT(0) + \alpha \cdot (1-\alpha) \cdot SampleRTT(1) + (1-\alpha) \cdot SampleRTT(2) \end{aligned}$$

$$\boxed{EstimatedRTT(k) = \alpha^k \cdot SampleRTT(0) + (1-\alpha) \cdot \sum_{j=0}^{k-1} \alpha^j \cdot SampleRTT(k-j)}$$

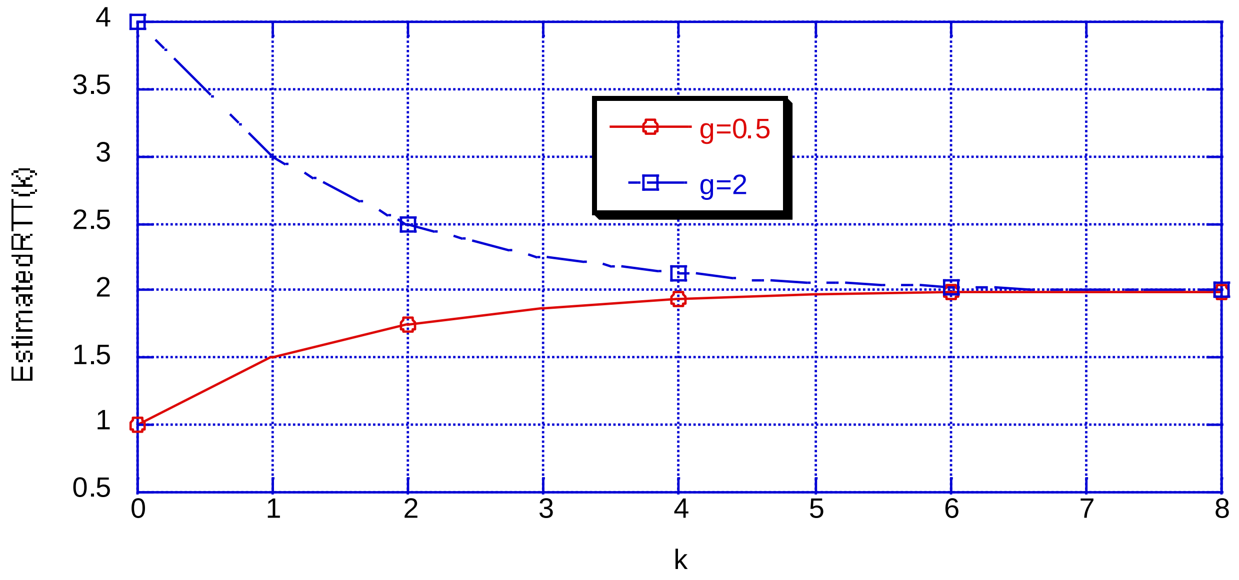
Punto 2

Otteniamo: $EstimatedRTT(k) = \alpha^k \cdot \gamma \cdot \Delta + (1-\alpha) \cdot \Delta \cdot \sum_{j=0}^{k-1} \alpha^j = \Delta \cdot \left[\alpha^k \cdot (\gamma - 1) + 1\right]$

Punto 3

$$\gamma = 0.5: \; EstimatedRTT(k) = 2 - \frac{1}{2^k}$$

$$\gamma = 2: \; EstimatedRTT(k) = 2 \cdot \left[1 + \frac{1}{2^k}\right]$$



Punto 4

$\lim_{k\to\infty} EstimatedRTT(k) = \Delta$.

Il che è abbastanza ovvio, dato che – se si eccettua il primo campione – il *SampleRTT* ha sempre lo stesso valore Δ.

Punto 5

La successione $EstimatedRTT(k)$ tende al valore limite Δ, ed è monotona crescente o decrescente a seconda che γ sia minore o maggiore di 1. Quindi, se tale successione è decrescente ($\gamma \geq 1$), il RTT è sempre *sovrastimato*, con il che il timeout non potrà mai scattare. Se invece $\gamma < 1$, il RTT è sempre *sottostimato*.

Punto 6

Affinché il timeout scatti a vuoto al passo k, è necessario che il valore del timeout sia minore del corrispondente campione di RTT. È necessario fare attenzione al fatto che il timeout che protegge il $k+1$-simo segmento è quello calcolato sulla base della stima del RTT al passo k. Quindi, la condizione di scatto del timeout sul segmento n.1 è:

$2 \cdot EstimatedRTT(0) < SampleRTT(1)$,

Condizione necessaria (anche se non sufficiente) per lo scatto del timeout è che il RTT sia sottostimato. Quindi, siamo nel caso $\gamma < 1$. Sostituendo otteniamo:

$2 \cdot \Delta \cdot \left[\alpha^0 \cdot (\gamma - 1) + 1\right] < \Delta$,

cioè $\gamma < 1/2$.

Quindi, la condizione richiesta è che il primo campione (il n. 0) sia meno della metà del valore di regime.

Punto 7

Come appurato al punto 4, per $\gamma \geq 1$ la stima del RTT è una successione monotona decrescente che ha Δ come limite. Dato quindi un qualunque errore θ (1% in questo caso), esiste un numero di passi a partire dal quale il valore della successione è minore di $\Delta + \theta$.

Per $\gamma = 11$, la disuguaglianza da impostare è: $\Delta \cdot \left[10 \cdot \alpha^k + 1\right] \leq \left(1 + \frac{1}{100}\right) \cdot \Delta$, che diventa $\alpha^k \leq \frac{1}{1000}$, cioè $10^{-k/2} \leq 10^{-3}$. Quindi, a partire dal sesto passo ($k \geq 6$) la stima del RTT è accurata all'1%.