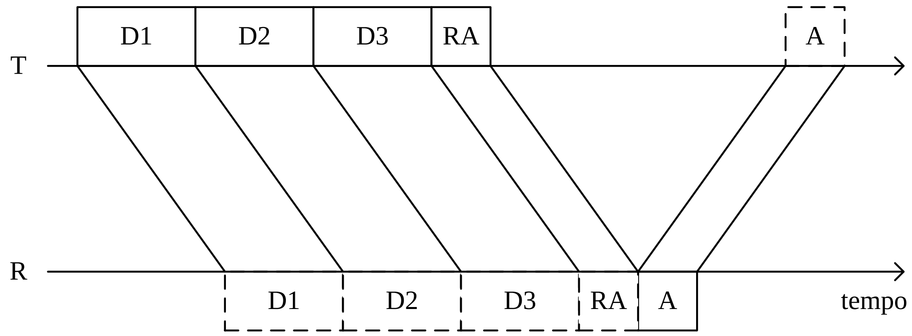
Esercizio 4

Si consideri il seguente protocollo di accesso al mezzo (MAC) tra due calcolatori in comunicazione tramite un collegamento punto-punto. La comunicazione è unidirezionale dal trasmettitore (T) al ricevitore (R). Il trasmettitore invia un numero fisso di trame *n*, dopodiché invia un messaggio di richiesta di acknowledgment. Se tutte le trame sono state ricevute correttamente, il ricevitore invia immediatamente al trasmettitore un messaggio di acknowledgment positivo, altrimenti non invia nulla.

Si considerino le seguenti ipotesi:

- il trasmettitore invia trame di durata costante pari a *m*;
- il messaggio di richiesta di acknowledgment e il messagio di acknowledgment hanno entrambi durata costante pari a *a*;
- il trasmettitore ha sempre dati da trasmettere;
- il tempo di propagazione da T a R (da R a T) è costante e pari a *T*;
- il trasmettitore ritrasmette l'intero gruppo di trame se non riceve un messaggio di acknowledgment dopo un timeout pari a $2T + a$. Il timeout parte all'istante di trasmissione dell'ultimo bit del messaggio di richiesta di acknowledgment;
- i messaggi di richiesta di acknowledgment e di acknowledgment non sono mai corrotti;
- i tempi di elaborazione del ricevitore e del trasmettitore sono nulli.

Un scambio di messaggi di esempio con $n = 3$ è riportato nella figura sottostante, ove i riquadri con bordo continuo indicano messaggi trasmessi, mentre i riquadri con bordo tratteggiato indicano messaggi ricevuti.



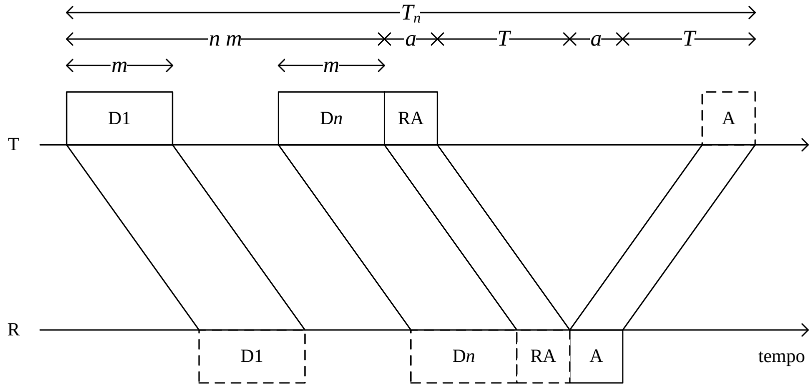
Il candidato:

1) Calcoli la capacità del protocollo *q* in funzione di *n*, *m*, *a*, *T* nell'ipotesi di mezzo di trasmissione ideale (nessuna trama persa). Inoltre, calcoli $\lim_{n\to\infty} q$.
2) Si supponga ora che il mezzo di trasmissione sia tale per cui valgano le seguenti ipotesi: (a) se il numero di trame inviate dal trasmettitore è inferiore o uguale a due, allora nessuna trame viene mai persa; (b) altrimenti, almeno una trama per ogni gruppo trasmesso viene persa, ma le ritrasmissioni successive hanno sempre successo. Si calcoli in queste ipotesi la capacità del protocollo *q* in funzione di *n*, *m*, *a*, *T* nei seguenti casi:
   a. $n = 1$
   b. $n = 2$
   c. $n > 2$
3) Nelle ipotesi di cui al punto 2) si calcoli $\lim_{n\to\infty} q$.
4) Sia $\bar{q} = \max\{q_{n=1}, q_{n=2}\}$, dove $q_{n=1}, q_{n=2}$ sono calcolate al punto 2). Si calcoli in funzione di *m*, *a*, *T* il più piccolo valore di $n > 2$ tale per cui $q > \bar{q}$. Si supponga $m << a + T$.
5) Si calcoli il valore di *n* di cui al punto 4), con i seguenti valori: $m = 1$, $a = 0$, $T = 2$.

Soluzione

1) Sia T_n l'intervallo temporale compreso tra la trasmissione del primo bit della prima trama da parte del trasmettitore e la ricezione dell'ultimo bit del messaggio di acknowledgment da parte del trasmettitore. Come si evince dalla figura sottostante,

$$T_n = nm + 2a + 2T \qquad (1)$$



Considerando che la quantità di dati trasmessa durante T_n è pari a nm, dalla (1) si ricava immediatamente la capacità del protocollo:

$$q = \frac{nm}{T_n} = \frac{nm}{nm + 2(a+T)} = 1 - \frac{1}{1+\alpha}, \quad \alpha = \frac{nm}{2(a+T)} \qquad (2)$$

Da cui:

$$\lim_{n\to\infty} q = 1 - \underbrace{\lim_{n\to\infty} \frac{1}{1 + nm/2(a+T)}}_{=0} = 1 \qquad (3)$$

Infatti, trasmettendo un numero molto grande di trame, gli overhead dovuti ai messaggi di trasmissione/richiesta di acknowledgment e alla propagazione sul mezzo diventano trascurabili.

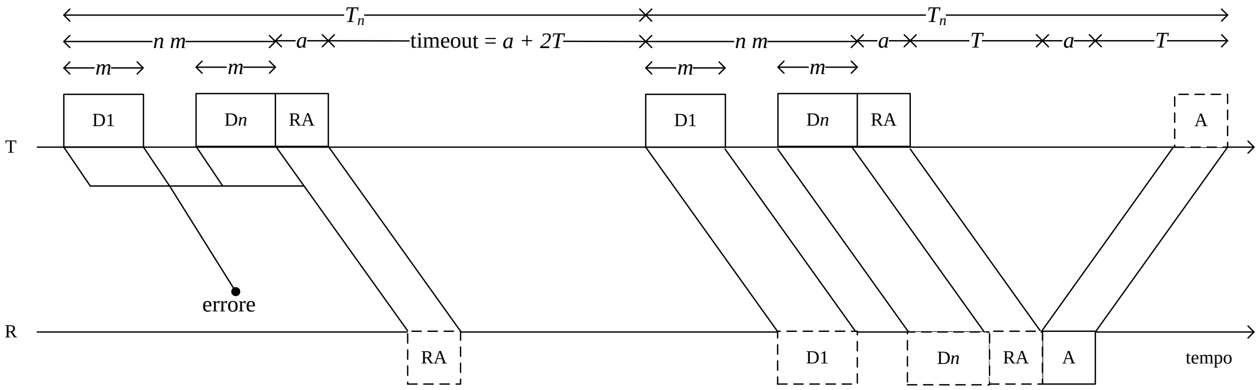
2) Nel caso (a) valgono le ipotesi del punto 1), per cui il valore della capacità è dato da (2). In particolare si ottengono i seguenti valori per n = 1 e n = 2:

$$q_{n=1} = \frac{m}{T_n} = \frac{m}{m + 2(a+T)} = 1 - \frac{1}{1 + \dfrac{m}{2(a+T)}}$$

$$q_{n=2} = 1 - \frac{1}{1 + \dfrac{2m}{2(a+T)}} = 1 - \frac{1}{1 + \dfrac{m}{a+T}} = 1 - \frac{1}{1+\alpha'}, \quad \alpha' = \frac{m}{a+T} \qquad (4)$$

Da cui $q_{n=2} > q_{n=1}$. Si noti, inoltre, che per $m \geq a+T$ si ottiene $q_{n=2} \geq 1/2$.

Nel caso (b), invece, la situazione è esemplificata dalla figura sottostante.



La capacità per $n > 2$ è quindi pari a:

$$q_{n>2} = \frac{nm}{2T_n} = \frac{1}{2}\frac{nm}{nm+2(a+T)} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2(1+\alpha)}, \quad \alpha = \frac{nm}{2(a+T)} \tag{5}$$

3) Per $n \to \infty$ è evidentemente $n > 2$, per cui il limite è ottenibile a partire dalla (5):

$$\lim_{n\to\infty} q = \frac{1}{2} - \underbrace{\lim_{n\to\infty} \frac{1}{2}\frac{1}{1+nm/2(a+T)}}_{=0} = \frac{1}{2} \tag{6}$$

4) Imponiamo la condizione $q_{n>2} > q_{n=2}$, sostituendo nella quale la (4) e la (5) otteniamo dopo semplici passaggi algebrici:

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{2(1+\alpha)} > 1 - \frac{1}{1+\alpha'} \Rightarrow \alpha > \frac{2\alpha'}{1-\alpha'}$$

Sostituendo i valori di α e α', si ottiene infine:

$$\frac{nm}{2(a+T)} > \frac{2m/(a+T)}{1-m/(a+T)} \Rightarrow n > \frac{4(a+T)}{a+T-m} \tag{7}$$

5) Sostituendo i valori dati nella (7) si ottiene $n > 8$.
I valori della capacità per alcuni n sono riportati nella tabella sottostante.

ν	q
1	1/5
2	**1/3**
3	3/14
4	4/16
5	5/18
6	6/20
7	7/22
8	8/24
9	**9/26 > 1/3**